



Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2010-2011

Matemàtiques

Sèrie 1

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

- Donada la recta $r: \begin{cases} 2x - y + 3z = 2 \\ x + z + 1 = 0 \end{cases}$:
 - Trobeu-ne un vector director.
 - Calculeu l'equació contínua de la recta paral·lela a r que passa pel punt $P = (1, 0, -1)$.
[1 punt per cada apartat]
- Si tenim la matriu invertible A i l'equació matricial $X \cdot A + B = C$:
 - Aïlleu la matriu X .
 - Trobeu la matriu X quan $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ i $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.
[1 punt per cada apartat]
- Definim les funcions $f(x) = a(1 - x^2)$ i $g(x) = \frac{x^2 - 1}{a}$, en què $a > 0$.
 - Comproveu que l'àrea del recinte limitat per les gràfiques de les funcions és:
$$\frac{4(1 + a^2)}{3a}$$
 - Calculeu el valor del paràmetre a perquè aquesta àrea sigui mínima.
[1 punt per cada apartat]

4. Considereu el sistema d'equacions següent:

$$\left. \begin{aligned} x + 2y - az &= -3 \\ 2x + (a - 5)y + z &= 4a + 2 \\ 4x + (a - 1)y - 3z &= 4 \end{aligned} \right\}$$

a) Calculeu els valors del paràmetre a perquè el sistema no sigui compatible determinat.

b) Hi ha algun valor de a per al qual $x = 1$, $y = -3$, $z = -1$ sigui l'única solució del sistema?

[1 punt per cada apartat]

5. Siguin $r_1 : x - 2 = \frac{y - 3}{2} = \frac{1 - z}{2}$ i $r_2 : \frac{x + 3}{2} = y + 1 = \frac{z + 1}{2}$.

a) Comproveu que r_1 i r_2 són perpendiculars.

b) Comproveu que es tallen mitjançant la determinació del punt de tall.

[1 punt per cada apartat]

6. Sigui $f(x) = x^2 \cdot e^{-ax}$ quan $a \neq 0$.

a) Calculeu el valor de a perquè aquesta funció tingui un extrem relatiu en el punt d'abscissa $x = 2$.

b) Quan $a = 2$, classifiqueu-ne els extrems relatius.

[1 punt per cada apartat]





Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2010-2011

Matemàtiques

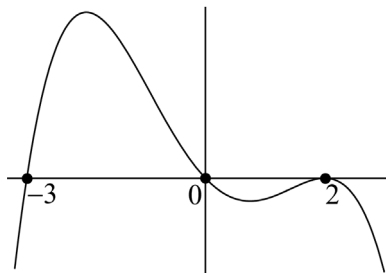
Sèrie 4

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Calculeu l'àrea del recinte limitat per les corbes d'equació $f(x) = x^2 - x + 2$ i $g(x) = 5 - 3x$.
[2 punts]
2. Donat el pla $\pi: 2x + y - z = 5$:
 - a) Calculeu l'equació del pla paral·lel al pla π que passa pel punt $P = (1, 0, -1)$.
 - b) Determineu també la distància entre el punt P i el pla π .[1 punt per cada apartat]
3. La gràfica corresponent a la derivada d'una funció $f(x)$ és la següent:



- a) Expliqueu raonadament quins valors de x corresponen a màxims o a mínims relatius de $f(x)$.
 - b) Determineu els intervals de creixement i decreixement de la funció $f(x)$.
- [1,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b]

4. Analitzeu, segons els valors del paràmetre k , el caràcter (és a dir, si és compatible o no i si és determinat o no) del sistema d'equacions següent:

$$\begin{cases} 2x + y - z = k - 4 \\ (k - 6)y + 3z = 0 \\ (k + 1)x + 2y = 3 \end{cases}$$

[2 punts]

5. Calculeu l'equació general (és a dir, de la forma $Ax + By + Cz + D = 0$) dels plans que

contenen la recta $r: \begin{cases} y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$ i que formen un angle de 45° amb el pla $z = 0$.

[2 punts]

6. Dins d'un triangle rectangle, de catets 3 i 4 cm, hi ha un rectangle. Dos costats del rectangle estan situats en els catets del triangle i un dels vèrtexs del rectangle és a la hipotenusa del triangle.

a) Feu un esbós de la situació descrita.

b) Si x és la longitud del costat del rectangle que està situat en el catet petit i y és l'altre costat del rectangle, comproveu que es compleix que $4x + 3y = 12$.

c) Determineu les dimensions del rectangle perquè l'àrea sigui màxima.

[0,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b; 1 punt per l'apartat c]

